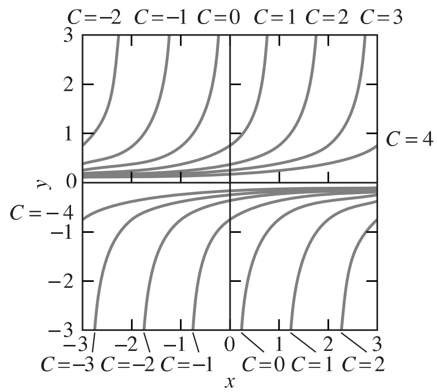

FIGURA 1.1.8. Gráficas de las soluciones de la ecuación $dy/dx = y^2$.

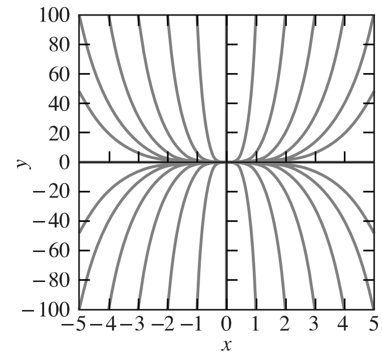

FIGURA 1.1.9. Gráfica de $y = Cx^4$ para diferentes valores de C.

48. **(a)** Mostrar que $y(x) = Cx^4$ define una familia monoparamétrica de soluciones derivables de la ecuación diferencial $xy' = 4y$ (fig. 1.1.9). **(b)** Mostrar que

$$y(x) = \begin{cases} -x^4 & \text{si } x < 0 \\ x^4 & \text{si } x \geqq 0 \end{cases}$$

define una solución derivable de $yx' = x^4$ para toda x, pero no es de la forma$y(x) = Cx^4$. **(c)** Dados dos números reales cualesquiera a y b, explicar por qué —en contraste con lo propuesto en el inciso (**c**) del problema 47— existe un número infinito de soluciones derivables $xy' = 4y$ que satisfacen todas las condiciones $y(a) = b$.

1.2 Integrales como soluciones generales y particulares

La ecuación de primer orden $dy/dx = f(x, y)$ toma una forma especialmente simple si el lado derecho de la función f no involucra en realidad a la variable dependiente y; así,

$$\frac{dy}{dx} = f(x). \tag{1}$$

En este caso especial sólo se necesita integrar ambos lados de la ecuación (1) para obtener

$$y(x) = \int f(x)\,dx + C. \tag{2}$$

Esta es una **solución general** de la ecuación (1), lo que significa que involucra una constante arbitraria C, y cada selección de C es una solución de la ecuación diferencial en (1). Si $G(x)$ es una antiderivada particular de f —esto es, si $G'(x) \equiv f(x)$—, entonces

$$y(x) = G(x) + C. \tag{3}$$

Las gráficas de cualesquiera de estas dos soluciones $y_1(x) = G(x) + C_1$ y $y_2(x) = G(x) + C_2$ en el mismo intervalo I son "paralelas" en el sentido ilustrado por las figuras 1.2.1 y 1.2.2, donde vemos que la constante C es geométricamente la distancia vertical entre las dos curvas $y(x) = G(x)$ y $y(x) = G(x) + C$.

Para satisfacer una condición inicial $y(x_0) = y_0$ sólo es necesario sustituir $x = x_0$ y $y = y_0$ en la ecuación (3) a fin de obtener $y_0 = G(x_0) + C$, tal que $C = y_0 - G(x_0)$. Con esta elección de C se obtiene la **solución particular** de la ecuación (1) que satisface el problema de valor inicial.

$$\frac{dy}{dx} = f(x), \quad y(x_0) = y_0.$$

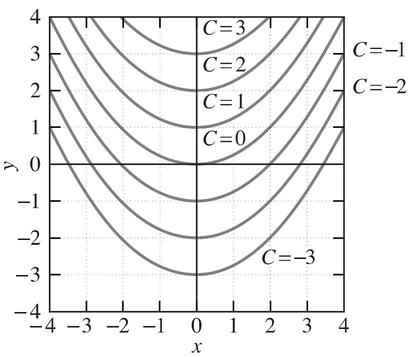

FIGURA 1.2.1. Gráficas de $y = \frac{1}{4}x^2 + C$ para diferentes valores de C.

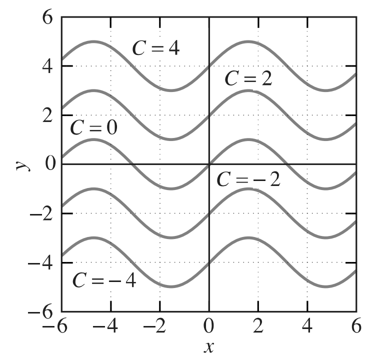

FIGURA 1.2.2. Gráficas de $y = \operatorname{sen} x + C$ para diferentes valores de C.

Veremos que éste es el patrón común para la solución de ecuaciones diferenciales de primer orden. Regularmente se encuentra primero una *solución general* que involucra una constante arbitraria C. También se puede intentar obtener, para alguna elección apropiada de C, una *solución particular* que satisfaga la condición inicial $y(x_0) = y_0$ dada.

Nota. De la forma en que se emplea el término en el párrafo anterior, una *solución general* de una ecuación diferencial de primer orden es simplemente una familia monoparamétrica de soluciones. Una pregunta natural es: ¿cuándo una solución general contiene *cualquier* solución particular de la ecuación diferencial? Cuando se sabe que esto es verdad, la llamamos **la** solución general de la ecuación diferencial. Por ejemplo, debido a que cualesquiera dos antiderivadas de la misma función $f(x)$ pueden diferir sólo por una constante, se concluye entonces que toda solución de la ecuación (1) es de la forma (2). Así, la ecuación (2) sirve para definir **la** solución general de (1). ■

Ejemplo 1 Resolver el problema de valor inicial

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 3, \quad y(1) = 2.$$

Solución Al integrar ambos lados de la ecuación diferencial como en la ecuación (2), inmediatamente se llega a la solución general

$$y(x) = \int (2x + 3)\, dx = x^2 + 3x + C.$$

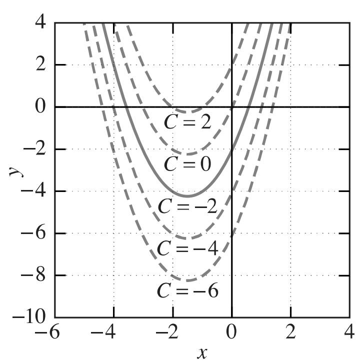

FIGURA 1.2.3. Curvas solución de la ecuación diferencial del ejemplo 1.

La figura 1.2.3 muestra la gráfica de $y = x^2 + 3x + C$ para diferentes valores de C. La solución particular que se busca corresponde a la curva que pasa a través del punto (1, 2) satisfaciendo por tanto la condición inicial

$$y(1) = (1)^2 + 3 \cdot (1) + C = 2.$$

Se concluye entonces que $C = -2$, por lo que la solución particular es

$$y(x) = x^2 + 3x - 2. \quad ■$$

Ecuaciones de segundo orden. La observación de que la ecuación especial de primer orden $dy/dx = f(x)$ tiene solución (dado que se puede encontrar una antiderivada de f) se extiende a las ecuaciones diferenciales de segundo orden de la forma especial

$$\frac{d^2y}{dx^2} = g(x), \tag{4}$$

en la cual la función g del lado derecho de la ecuación no involucra ni la variable dependiente y ni tampoco su derivada dy/dx. Simplemente se integra una vez para obtener

$$\frac{dy}{dx} = \int y''(x)\,dx = \int g(x)\,dx = G(x) + C_1,$$

donde G es una antiderivada de g, y C_1 es una constante arbitraria. Entonces una nueva integración nos lleva a

$$y(x) = \int y'(x)\,dx = \int [G(x) + C_1]\,dx = \int G(x)\,dx + C_1x + C_2,$$

donde C_2 es una segunda constante arbitraria. En efecto, la ecuación diferencial de segundo orden en (4) se puede obtener resolviendo sucesivamente las ecuaciones de *primer orden*

$$\frac{dv}{dx} = g(x) \quad \text{y} \quad \frac{dy}{dx} = v(x).$$

Velocidad y aceleración

Una integración directa es suficiente para permitirnos resolver un importante número de problemas relativos al movimiento de una partícula (o *punto masa*) en términos de las fuerzas que actúan sobre ella. El movimiento de una partícula a lo largo de una línea recta (el eje x) es descrito por su **función posición**

$$x = f(t) \tag{5}$$

conociendo su coordenada en el eje x para el t. La **velocidad** de la partícula se define como

➤ $$v(t) = f'(t); \quad \text{esto es,} \quad v = \frac{dx}{dt}. \tag{6}$$

Su **aceleración** $a(t)$ es $a(t) = v'(t) = x''(t)$; en notación Leibniz,

➤ $$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}. \tag{7}$$

La ecuación (6) puede aplicarse en forma de integral indefinida $x(t) = \int v(t)dt$ o en forma de integral definida

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v(s)\,ds,$$

la cual se reconocerá como un postulado del teorema fundamental de cálculo (precisamente porque $dx/dy = v$).

La *segunda ley de movimiento* de Newton dice que si una fuerza $F(t)$ actúa en una partícula y ésta la dirige a lo largo de su línea de movimiento, entonces

$$ma(t) = F(t); \quad \text{esto es,} \quad F = ma, \tag{8}$$

donde m es la masa de la partícula. Si se conoce la fuerza F, entonces la ecuación $x''(t) = F(t)/m$ se puede integrar dos veces para encontrar la función posición $x(t)$ en términos de sus dos constantes de integración. Estas dos constantes arbitrarias son frecuentemente determinadas por la **posición inicial** $x_0 = x(0)$ y la **velocidad inicial** $v_0 = v(0)$ de la partícula.

Aceleración constante. Por ejemplo, supóngase que la fuerza F, y por tanto la aceleración $a = F/m$, son *constantes*. Entonces iniciamos con la ecuación

$$\frac{dv}{dt} = a \qquad (a \text{ es una consonante}) \tag{9}$$

e integrando ambos lados de la ecuación, se obtiene

$$v(t) = \int a\,dt = at + C_1.$$

Se sabe que $v = v_0$ cuando $t = 0$, y la sustitución de esta información dentro de la ecuación anterior nos lleva al hecho de que $C_1 = v_0$. Así

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = at + v_0. \tag{10}$$

Una segunda integración da como resultado

$$x(t) = \int v(t)\,dt = \int (at + v_0)\,dt = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t + C_2,$$

y la sustitución de $t = 0$, $x = x_0$ hace que $C_2 = x_0$. Por tanto,

$$x(t) = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0. \tag{11}$$

De este modo, con la ecuación (10) es posible encontrar la velocidad, y con la ecuación (11) la posición de la partícula en cualquier tiempo t en términos de su aceleración *constante a* su velocidad inicial v_0 y su posición inicial x_0.

Ejemplo 2 Una nave lunar está cayendo libremente en la superficie de la Luna a una velocidad de 450 metros por segundo (m/s). Cuando se activan sus retropropulsores, se logra una desaceleración constante de 2.5 metros por segundo en cada segundo (m/s^2) (se asume que la aceleración gravitacional producida por la Luna está incluida en la desaceleración dada). ¿A qué altura, por encima de la superficie lunar, deberán activarse sus retropropulsores para asegurar un "alunizaje suave" ($v = 0$ impacto)?

Solución Sea $x(t)$ la altura de la nave lunar encima de la superficie, como se indica en la figura 1.2.4, donde $t = 0$ denota el tiempo en el cual los retropropulsores deben ser encendidos. Entonces $v_0 = -450$ (m/s negativo debido a que la altura $x(t)$ está disminuyendo), y $a = +2.5$, porque un empuje hacia arriba aumenta la velocidad v (aunque decrece la *velocidad absoluta* $|v|$). Entonces las ecuaciones (10) y (11) nos llevan a

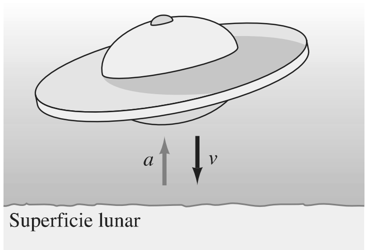

FIGURA 1.2.4. Nave lunar del ejemplo 2.

$$v(t) = 2.5t - 450 \tag{12}$$

y

$$x(t) = 1.25t^2 - 450t + x_0, \tag{13}$$

donde x_0 es la altura de la nave por encima de la superficie lunar en el tiempo $t = 0$ cuando los retropropulsores deben ser activados.

A partir de la ecuación (12) se observa que $v = (0)$ (alunizaje suave) ocurre cuando $t = 450/2.5 = 180$ s (esto es, 3 minutos); entonces la sustitución de $t = 180$, $x = 0$ dentro de la ecuación (13) admite que

$$x_0 = 0 - (1.25)(180)^2 + 450(180) = 40{,}500$$

metros, —esto es, que $x_0 = 40.5$ km $\approx 25\frac{1}{6}$ millas—. Por tanto, los retropropulsores deberán activarse cuando la nave esté a 40.5 km por encima de la superficie de la Luna, y ésta deberá tocar suavemente la superficie lunar después de 3 minutos de descenso desacelerado. ■

Unidades físicas

El trabajo numérico requiere unidades para la medición de cantidades físicas como la distancia y el tiempo. Algunas veces se utilizan unidades *ad hoc* —tales como distancia en millas o en kilómetros, y el tiempo en horas— en casos especiales (como en algún problema que involucre un viaje en auto). Sin embargo, los sistemas de unidades fps (pie-libra-segundo, por sus siglas en inglés) y mks (metro-kilogramo-segundo) generalmente se usan más en problemas científicos y de ingeniería. De hecho, las unidades fps son comúnmente utilizadas sólo en Estados Unidos (y en algunos cuantos países), mientras que las unidades mks constituyen el sistema internacional de unidades científicas estándar.

	unidades fps	**unidades mks**
Fuerza	libra (lb)	newton (N)
Masa	slug	kilogramo (kg)
Distancia	pie (ft)	metro (m)
Tiempo	segundo (s)	segundo (s)
g	32 ft/s^2	9.8 m/s^2

La última línea de la tabla proporciona los valores para la aceleración gravitacional g en la superficie de la Tierra. Aunque estos valores aproximados serán suficientes para la mayoría de ejemplos y problemas, valores más precisos son 9.7805 m/s^2 y 32.088 ft/s^2 (a nivel del mar y en el Ecuador).

Ambos sistemas son compatibles con la segunda ley de Newton $F = ma$. Así, 1 N es (por definición) la fuerza requerida para transmitir una aceleración de 1 m/s^2 a una masa de un kilogramo. De manera similar, 1 slug es (por definición) la masa que experimenta una aceleración de 1 ft/s^2 bajo la acción de la fuerza de una libra. (Se utilizarán unidades mks en todos los problemas que requieran unidades de masa y muy ocasionalmente slugs.)

Pulgadas y centímetros (así como millas y kilómetros) también son comúnmente usados en la descripción de distancias. Para conversiones de unidades entre fps y mks conviene recordar que

$$1 \text{ pulgada} = 2.54 \text{ cm (exactamente) y } 1 \text{ libra (lb)} \approx 4.448 \text{ N}.$$

Por ejemplo,

$$1 \text{ ft} = 12 \text{ pulgadas} \times 2.54 \frac{\text{cm}}{\text{pulgadas}} = 30.48 \text{ cm},$$

y por tanto

$$1 \text{ milla (mi)} = 5280 \text{ ft} \times 30.48 \frac{\text{cm}}{\text{ft}} = 160934.4 \text{ cm} \approx 1.609 \text{ km}.$$

Por tanto, una señal de límite de velocidad en Estados Unidos de 50 mi/h significa —en términos internacionales— que el máximo de velocidad legal es más o menos de $50 \times 1.609 \approx 80.45$ km/h.

Movimiento vertical y aceleración gravitacional

El **peso** W de un cuerpo es la fuerza de la gravedad ejercida sobre el cuerpo. Así, la sustitución de $a = g$ y $F = W$ en la segunda ley de Newton $F = ma$ resulta en

$$W = mg \tag{14}$$

para el peso W de la masa m en la superficie de la Tierra (donde $g \approx 32$ ft/s$^2 \approx 9.8$ m/s^2). Por ejemplo, una masa de $m = 20$ kg tiene un peso de $W = (20 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 196$ N. De forma análoga, una masa m pesando 100 libras tiene un peso en el sistema mks de

$$W = (100 \text{ lb})(4.448 \text{ N/lb}) = 444.8 \text{ N},$$

de tal manera que su masa es

$$m = \frac{W}{g} = \frac{444.8 \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2} \approx 45.4 \text{ kg}.$$

Para estudiar el movimiento vertical es natural escoger el eje y como el sistema coordenado para posición, donde frecuentemente $y = 0$ corresponde al "nivel del piso". Si se selecciona la dirección hacia *arriba* como positiva, entonces el efecto de la gravedad en un movimiento vertical del cuerpo es para disminuir su altura y también su velocidad $v = dy/dt$. En consecuencia, si se ignora la resistencia del aire, entonces la aceleración $a = dv/dt$ del cuerpo está dada por

$$\frac{dv}{dt} = -g. \tag{15}$$

Esta ecuación de aceleración proporciona un punto de inicio en muchos problemas que involucran un movimiento vertical. Integraciones sucesivas [como en las ecuaciones (10) y (11)] nos llevan a fórmulas de velocidad y de altura

$$v(t) = -gt + v_0 \tag{16}$$

y

$$y(t) = -\tfrac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0. \tag{17}$$

Aquí y_0 representa la altura inicial del cuerpo ($t = 0$) y v_0 su velocidad inicial.

Ejemplo 3 **(a)** Supóngase que una pelota se lanza verticalmente hacia arriba desde el piso ($y_0 = 0$) con una velocidad inicial $v_0 = 96$ (ft/s, por tanto usamos $g = 32$ ft/s^2 en unidades fps). La pelota alcanza su altura máxima cuando su velocidad [ecuación (16)] es cero.

$$v(t) = -32t + 96 = 0,$$

y de este modo, cuando $t = 3$ s. En consecuencia, la altura máxima que alcanza la pelota es

$$y(3) = -\tfrac{1}{2} \cdot 32 \cdot 3^2 + 96 \cdot 3 + 0 = 144 \text{ (ft)}$$

[con ayuda de la ecuación (17)]

(b) Si se dispara una flecha en línea recta hacia arriba con una velocidad inicial $v_0 = 49$ (m/s, por tanto usamos $g = 9.8$ m/s^2 en unidades mks), entonces ésta regresa al piso cuando

$$y(t) = -\tfrac{1}{2} \cdot (9.8)t^2 + 49t = (4.9)t(-t + 10) = 0,$$

después de 10 s de permanecer en el aire. ■

Problema del nadador

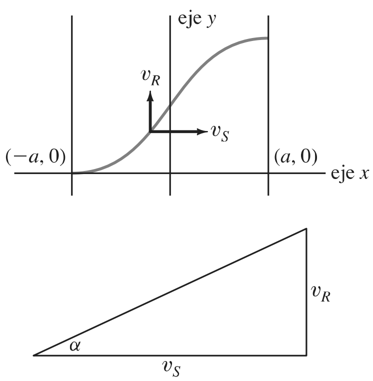

FIGURA 1.2.5. Problema del nadador (ejemplo 4).

La figura 1.2.5 muestra un río de $w = 2a$ de ancho que fluye hacia el norte. Las rectas $x = \pm a$ representan las orillas del río y el eje y su centro. Supóngase que la velocidad v_R a la cual el agua fluye se incrementa conforme se acerca al centro del río, y en realidad está dada en términos de la distancia x desde el centro por

$$v_R = v_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right). \tag{18}$$

Se puede utilizar la ecuación (18) para verificar que el agua fluye más rápido en el centro, donde $v_R = v_0$, y que $v_R = 0$ en cada orilla del río.

Supóngase que un nadador inicia en el punto $(-a, 0)$ de la orilla oeste y nada hacia el este (en relación con el agua) con una velocidad constante v_S. Como se indica en la figura 1.2.5, su vector de velocidad (relativo al cauce del río) tiene una componente horizontal v_S y una componente vertical v_R. En consecuencia, el ángulo de dirección α del nadador está dado por

$$\tan\alpha = \frac{v_R}{v_S}.$$

Sustituyendo en (18), debido a que $\tan\alpha = dy/dx$, se obtiene la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v_0}{v_S}\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \tag{19}$$

para la trayectoria del nadador $y = y(x)$ conforme éste cruza el río.

Ejemplo 4 Supóngase que el río tiene 1 mi de ancho y la velocidad en su parte central $v_0 = 9$ mi/h. Si la velocidad del nadador es $v_S = 3$ mi/h, entonces la ecuación (19) toma la forma

$$\frac{dy}{dx} = 3(1 - 4x^2).$$

La integración resulta en

$$y(x) = \int (3 - 12x^2)\, dx = 3x - 4x^3 + C$$

para la trayectoria del nadador. La condición inicial $y(-\frac{1}{2}) = 0$ hace que $C = 1$, y así

$$y(x) = 3x - 4x^3 + 1.$$

Entonces

$$y\left(\tfrac{1}{2}\right) = 3\left(\tfrac{1}{2}\right) - 4\left(\tfrac{1}{2}\right)^3 + 1 = 2,$$

así que el nadador es llevado por la corriente 2 mi abajo, mientras que él nada 1 mi a lo largo del río. ■

1.2 Problemas

En los problemas 1 al 10 encuentre la función $y = f(x)$ que satisfaga la ecuación diferencial dada y la condición inicial prescrita.

1. $\dfrac{dy}{dx} = 2x + 1;\ y(0) = 3$

2. $\dfrac{dy}{dx} = (x-2)^2;\ y(2) = 1$

3. $\dfrac{dy}{dx} = \sqrt{x};\ y(4) = 0$

4. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{x^2};\ y(1) = 5$

5. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\sqrt{x+2}};\ y(2) = -1$

6. $\dfrac{dy}{dx} = x\sqrt{x^2+9};\ y(-4) = 0$

7. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{10}{x^2+1};\ y(0) = 0$

8. $\dfrac{dy}{dx} = \cos 2x;\ y(0) = 1$

9. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}};\ y(0) = 0$

10. $\dfrac{dy}{dx} = xe^{-x};\ y(0) = 1$

En los problemas 11 al 18, encuentre la función de posición $x(t)$ de una partícula moviéndose con una aceleración dada $a(t)$; considere como posición inicial $x_0 = x(0)$, y como velocidad inicial $v_0 = v(0)$.

11. $a(t) = 50,\ v_0 = 10,\ x_0 = 20$

12. $a(t) = -20,\ v_0 = -15,\ x_0 = 5$

13. $a(t) = 3t,\ v_0 = 5,\ x_0 = 0$

14. $a(t) = 2t + 1,\ v_0 = -7,\ x_0 = 4$

15. $a(t) = 4(t+3)^2,\ v_0 = -1,\ x_0 = 1$

16. $a(t) = \dfrac{1}{\sqrt{t+4}},\ v_0 = -1,\ x_0 = 1$

17. $a(t) = \dfrac{1}{(t+1)^3},\ v_0 = 0,\ x_0 = 0$

18. $a(t) = 50 \operatorname{sen} 5t,\ v_0 = -10,\ x_0 = 8$

En los problemas 19 al 22, una partícula inicia su recorrido en el origen y viaja a lo largo del eje x con una función de velocidad $v(t)$ cuya gráfica se muestra en las figuras 1.2.6 a la 1.2.9. Trace la gráfica de la función para la posición que resultante $x(t)$ en el intervalo $0 \leqq t \leqq 10$.

19.

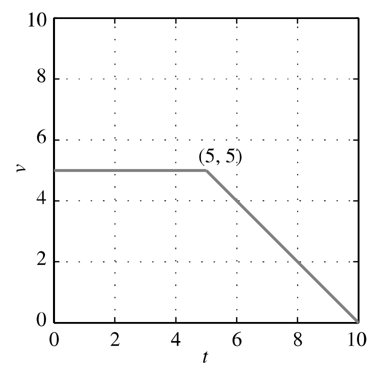

FIGURA 1.2.6. Gráfica de la función para la velocidad $v(t)$ del problema 19.

20.

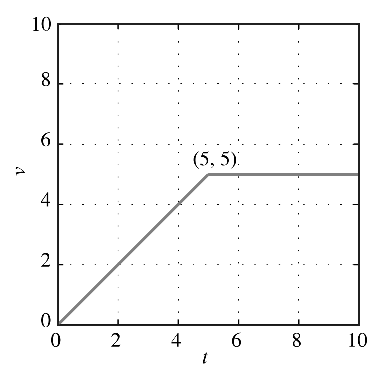

FIGURA 1.2.7. Gráfica de la función para la velocidad $v(t)$ del problema 20.

21.

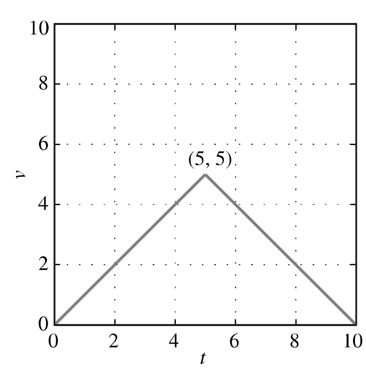

FIGURA 1.2.8. Gráfica de la función para la velocidad $v(t)$ del problema 21.

22.

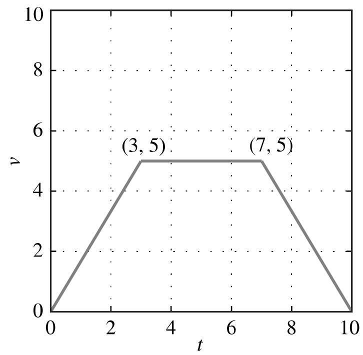

FIGURA 1.2.9. Gráfica de la función para la velocidad $v(t)$ del problema 22.

23. ¿Cuál es la altura máxima obtenida por la flecha en el inciso (b) del ejemplo 3?

24. Se lanza una pelota desde la parte superior de un edificio de 400 ft de altura, ¿cuánto tiempo le tomará llegar al piso? ¿Con qué velocidad la pelota golpea el piso?

25. Se aplican los frenos a un auto cuando se está moviendo a una velocidad de 100 km/h provocando una desaceleración constante de 10 metros por segundo al cuadrado (m/s^2). ¿Cuánta distancia viaja antes de detenerse?

26. Se dispara un proyectil en línea recta hacia arriba con una velocidad inicial de 100 m/s desde la parte superior de un edificio de 20 m de altura, y luego cae al piso en la base del edificio. Encontrar (**a**) su altura máxima en referencia con el piso; (**b**) ¿cuándo pasa la parte superior del edificio?; (**c**) su tiempo total en el aire.

27. Se lanza una pelota en línea recta hacia abajo desde la parte superior de un edificio alto. La velocidad inicial de la pelota es de 10 m/s. Golpea el piso con una velocidad de 60 m/s, ¿qué tan alto es el edificio?

28. Se lanza una bola de beisbol en línea recta hacia abajo con una velocidad inicial de 40 ft/s desde la parte superior del monumento a Washington (555 ft de altura). ¿Cuánto tarda la pelota en alcanzar el piso, y con qué velocidad lo golpea?

29. Un automóvil diesel acelera gradualmente, de tal manera que para los primeros 10 s la aceleración está dada por

$$\frac{dv}{dt} = (0.12)t^2 + (0.6)t \quad (\text{ft/s}^2).$$

si el auto parte de la posición de reposo ($x_0 = 0$, $v_0 = 0$), encontrar la distancia que ha recorrido al final de los primeros 10 s y su velocidad en ese tiempo.

30. Un auto, viajando a 60 mi/h (88 ft/s), patina 176 ft después de frenar repentinamente. Bajo la consideración de que el sistema de frenos proporciona una desaceleración constante, ¿cuál es esa desaceleración?, ¿por cuánto tiempo patina el vehículo?

31. La marca del patinado dejada por un automóvil indica que sus frenos fueron aplicados completamente a una distancia de 75 m antes de que se detuviera. Se sabe que el carro en cuestión tiene una desaceleración constante de 20 m/s^2 bajo estas condiciones, ¿qué tan rápido —en km/h— viajaba el vehículo al momento en que se aplicaron los frenos?

32. Supóngase que un auto se mueve a una velocidad de 50 km/h, aplica sus frenos y patina 15 m. Considerando que el vehículo tiene una desaceleración constante, ¿qué tan lejos patinará si se mueve a 100 km/h cuando se aplican los frenos?

33. En el planeta Gzyx una bola lanzada desde una altura de 20 ft golpea el piso en 2 s. Si la bola se lanza desde la parte más alta de un edificio de 200 ft en Gzyx, ¿cuánto tiempo le tomará golpear el piso?, ¿con qué velocidad lo golpeará?

34. Una persona puede arrojar una bola en línea recta hacia arriba desde la superficie de la Tierra a una altura máxima de 144 ft, ¿qué tan alto podría arrojar esta misma persona la bola en el planeta Gzyx del problema 33?

35. Se lanza una piedra, desde la posición de reposo, a una altura inicial h arriba de la superficie de la Tierra. Mostrar que la velocidad con la cual golpea el piso es $v = \sqrt{2gh}$.

36. Supóngase que una mujer tiene suficiente "rebote" en sus piernas para saltar (en la Tierra) desde el piso hasta una altura de 2.25 ft. Si salta en línea recta hacia arriba con la misma velocidad inicial en la Luna —donde la aceleración gravitacional en la superficie es (aproximadamente) de 5.3 ft/s^2—, ¿qué altura alcanzará esta mujer?

37. Al mediodía un auto inicia un recorrido en línea recta con una aceleración constante desde el punto de reposo A hasta el punto B. Si el vehículo llega al punto B a las 12:50 P.M. con una velocidad de 60 mi/h, ¿cuál es la distancia entre A y B?

38. Al mediodía un auto inicia un recorrido en línea recta con una aceleración constante desde el punto de reposo A, hasta el punto C, 35 mi adelante. Si el auto, con aceleración constante, llega al punto C con una velocidad de 60 mi/h, ¿qué tiempo le toma llegar hasta allí?

39. Si $a = 0.5$ mi y $v_0 = 9$ mi/h, como en el ejemplo 4, ¿cuál debe ser la velocidad del nadador v_s para que la corriente lo arrastre sólo una milla aguas abajo al cruzar el río?

40. Si $a = 0.5$ mi, $v_0 = 9$ mi/h y $v_s = 3$ mi/h como en el ejemplo 4, pero la velocidad del río está dada por la función de cuarto grado

$$v_R = v_0 \left(1 - \frac{x^4}{a^4}\right)$$

en lugar de la función cuadrática en la ecuación (18). Encuentre ahora a qué distancia aguas abajo es llevado el nadador al cruzar el río.

41. Se lanza una granada desde un helicóptero suspendido a una altura de 800 ft arriba del piso. Desde el piso, directamente bajo el helicóptero, se dispara un proyectil en línea recta hacia la granada, exactamente 2 s después de que ésta fue soltada. ¿Con qué velocidad inicial debe dispararse el proyectil para que alcance la granada a una altitud de exactamente 400 ft?

42. Un vehículo espacial en caída libre hacia la superficie de la Luna viaja a una velocidad de 1000 mph(mi/h). Sus retropropulsores, cuando arrancan, proporcionan una desaceleración constante de 20,000 mi/h^2. ¿A qué altura por encima de la superficie lunar deben los astronautas arrancar los retropropulsores para asegurar un contacto suave? (Como en el ejemplo 2, ignorar el campo gravitacional de la Luna).