CAT – Caucasia

Guía de Actividad No. 9

ASIGNATURA:	**Matemáticas III – Cálculo Integral**	**TUTOR:**	Deivis Galván Cabrera

UNIDAD III. INTEGRAL DEFINIDA

Así como el concepto de la derivada proviene del problema geométrico de trazar una tangente a una curva, el problema histórico que conduce la definición de la integral definida es el cálculo de áreas bajo una curva.

Tanto Newton como Leibniz presentaron versiones tempranas de este concepto, sin embargo, fue Riemann quien dio la definición.

TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO.

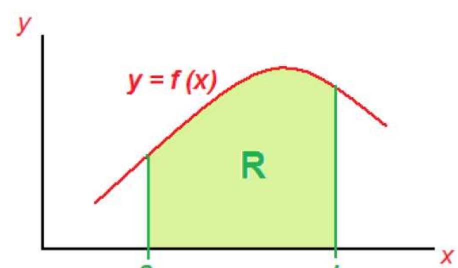
Si una función es continua es un intervalo cerrado $[a, b]$*, entonces* f *es integrable siempre en* $[a, b]$.

El teorema fundamental del cálculo señala: si una función f es continua en el intervalo $[a, b]$, entonces existe la integral definida

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Donde f es cualquier función.

El resultado de esta integral es igual al área bajo la curva f(x) representada en el plano por la región **R** la cual está limitada además por el eje “x” y las rectas x=a & x=b..



¿Qué significa una Integral Definida?

Es la evaluación de una integral entre los valores límites de un intervalo numérico: entre un límite superior “b” y un límite inferior “a”.

El símbolo de la integral definida es:

$\int_a^b y dx$ ó $\int_a^b f(x) dx$ y se lee: “La integral desde “a” hasta “b”.

Y se calcula por: ***“Teorema fundamental del cálculo”*** $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

Lo que nos dice: La integral definida de una función continua en un intervalo dado, es igual a la diferencia de los valores de una de sus primitivas en los extremos de un intervalo.

PASOS PARA RESOLVER UNA INTEGRAL DEFINIDA.

1. Se resuelve la integral como indefinida, haciendo caso omiso de la constante de integración.

2. El resultado anterior se encierra dentro de un paréntesis rectangular afectado por los límites de integración.

3. En la primitiva encontrada, se sustituye en lugar de la variable el límite superior y se le resta lo que resulta de sustituir el límite inferior.

EJEMPLOS:

$$1.\int_{1}^{3} x^2 dx$$

$$\int_1^3 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big]_1^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{26}{3}$$

$$2.\int_{-1}^{0} (x-2)dx$$

$$\int_{-1}^{0} (x-2) = \int_{-1}^{0} dxd - 2\int_{-1}^{0} dx = \frac{x^2}{2} - 2x\Big]_{-1}^{0} = \left[\frac{0^2}{2} - 2(0)\right] - \left[\frac{(-1)^2}{2} - 2(-1)\right] = -\frac{5}{2}$$

$$3.\int_0^1 2xdx$$

$$\int_0^1 2xdx = 2\int_0^1 xdx = \frac{2x^2}{2}\Big]_0^1 = x^2\Big]_0^1$$

$$4.\int_{-1}^{1} (t^2 - 2)dt$$

$$\int_{-1}^{1} (t^2-2)dt = \int_{-1}^{1} t^2 dt - 2\int_{-1}^{1} dt = \frac{t^3}{3} - 2t\Big]_{-1}^{1} = \left[\frac{1^3}{3} - 2(1)\right] - \left[\frac{(-1)^3}{3} - 2(-1)\right] = -\frac{10}{3}$$

$$5.\int_0^1 (2t-1)^2\, dt$$

$$\int_0^1 (2t-1)^2 = \int_0^1 (4t^2 - 4t + 1)dt = 4\int_0^1 t^2 dt - 4\int_0^1 tdt + \int_0^1 dt = \frac{4t^3}{3} - \frac{4t^2}{2} + t =$$

$$= \left[\frac{4(1)^3}{3} - \frac{4(1)^2}{2} + 1\right] - \left[\frac{4(0)^3}{3} - \frac{4(0)^2}{2} + 0\right] = \left[\frac{4}{3} - \frac{6}{3} + \frac{3}{3}\right] - [0] = \frac{1}{3}$$

$$6.\int_1^2 \left(\frac{3}{x^2} - 1\right)dx = 3\int_1^2 x^{-2}dx - \int_1^2 dx =$$

$$= \frac{3x^{-1}}{-1} - x\Big]_1^2 = -\frac{3}{x} - x\Big]_1^2 = \left[-\frac{3}{2} - 2\right] - \left[-\frac{3}{1} - 1\right] = -\frac{7}{2} + 4 = \frac{1}{2}$$

Actividad: Resolver las siguientes integrales definidas:

1)	$\int_{-3}^{-1} \frac{dx}{(x-1)^3}$	6)	$\int_0^{\pi} \operatorname{sen}^2 x\, dx$
2)	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}}$	7)	$\int_0^{\pi} \operatorname{tg}^2 x\, dx$
3)	$\int_0^4 x\sqrt{x^2+9}\, dx$	8)	$\int_0^{\pi} \operatorname{sen} x \cos x\, dx$
4)	$\int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}\, dx$	9)	$\int_2^3 \frac{x}{x^2-1}\, dx$
5)	$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$		